

# PŘÍLOHA 1: VÝPOČTY HERTZOVY KONTAKTNÍ ÚLOHY

## Vypočet potřebné zátěžné síly

Tab. 1 Materiálové charakteristiky kontaktní dvojice

| Materiál | Modul pružnosti $E$<br>(GPa) | Poissonův poměr $\nu$<br>(-) |
|----------|------------------------------|------------------------------|
| Ocel     | 210                          | 0,3                          |
| Safír    | 400                          | 0,29                         |

## Liniový kontakt

Tab. 2 Velikost parametrů vstupujících do Hertzovy úlohy – liniový kontakt

| Konstanta                          | Velikost | Jednotka |
|------------------------------------|----------|----------|
| Kontaktní tlak $p_{maxl}$          | 600      | MPa      |
| Redukovaný poměr křivosti $r_{e1}$ | 4,55     | mm       |
| Teoretická délka kontaktu $l$      | 10       | mm       |

Výpočet potřebné zátěžné síly  $F_{Z1}$  pro vhodný kontaktní tlak je dle klasické Hertzovy teorie. Kontaktní tlak  $p_{maxl}$  je dle rovnice (1).

$$p_{max1} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_{Z1}}{b \cdot l} \quad (1)$$

Kde:  $b$ ...poloviční šířka stykové plošky (viz rov. (2)),  $l$ ...délka liniového kontaktu,  
 $p_{max}$ ... Hertzův kontaktní tlak,  $F_z$ ... Zatížení

$$b = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{r_{e1}}{E_r} \cdot \frac{F_{Z1}}{l}} \quad (2)$$

Kde:  $r_e$ ...redukovaný poloměr křivosti,  $E_r$ ...redukovaný modul pružnosti

Dosazením rovnice (2) do rovnice (1) lze získat úpravou výpočet zátěžné síly, viz rov. (3).

$$p_{maxl} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_{Z1}}{\sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{r_{e1}}{E_r} \cdot \frac{F_{Z1}}{l}} \cdot l} \rightarrow F_{Z1} = \frac{2 \cdot p_{max1}^2 \cdot \pi \cdot r_{e1} \cdot l}{E_r} \quad (3)$$

Vypočet redukovaného modulu pružnosti je dle rovnice (4). Redukovaný poloměr křivosti je ekvivalentní poloměru křivosti vzorku, jelikož druhé kontaktní těleso je rovný povrch. Poloměr ve středu vzorku je  $r = 4,55$  mm.

$$E_r = \frac{2}{\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}\right) + \left(\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)} \quad (4)$$

Kde:  $\nu$ ...poissonův poměr,  $E$ ...Modul pružnosti materiálu

Dosazením do rovnice (4) hodnoty z Tab. 1 získáme konstantu  $E_r$ :

$$E_r = \frac{2}{\frac{1-0,3^2}{210 \text{ GPa}} + \frac{1-0,29^2}{400 \text{ GPa}}} = 302 \text{ GPa}$$

Dosazením konstant pro kontaktní dvojici ocel-safír do rovnice (3) získáme nutné zatížení kontaktu.

$$F_z = \frac{2 \cdot (600 \text{ MPa})^2 \cdot \pi \cdot 4,55 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm}}{302 \text{ 000 MPa}} = 340,8 \text{ N}$$

Rozměr kontaktu, resp. jeho šířku lze zjistit dosazením do rovnice (2), která nám vypočte poloviční šířku kontaktu.

$$b = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{4,55 \text{ mm}}{302 \text{ 000 MPa}} \cdot \frac{340,8 \text{ N}}{10 \text{ mm}}} = 0,04 \text{ mm} \rightarrow 2b = 0,08 \text{ mm}$$

Dosazením mat. konstant pro kontaktní dvojici ocel-ocel do rov. (2), (3) a (4) získáme výsledky zaznačené v Tab. 3.

Tab. 3 Vypočtené parametry liniového kontaktu

| Mat. kombinace | Redukovaný modul pružnosti $E_r$ (GPa) | Zatížení $F_z$ (N) | Šířka kontaktu $2b$ (mm) |
|----------------|--|--------------------|--------------------------|
| ocel-safír     | 302                                    | 340,8              | 0,08                     |
| ocel-ocel      | 230,8                                  | 446                | 0,1                      |

## Bodový kontakt

Tab. 4 Velikost parametrů vstupujících do Hertzovy úlohy – bodový kontakt

| Konstanta                              | Velikost | Jednotka |
|--|----------|----------|
| Kontaktní tlak $p_{\max 2}$            | 600      | MPa      |
| Poloměr křivosti $r_{1,2} = r_1 = r_2$ | 12,7     | mm       |
| Redukovaný modul pružnosti $E_r$       | 302      | GPa      |

Pro výpočet je nutné znát redukovaný poloměr křivosti bodového kontaktu. Výpočet redukovaného poloměru křivosti  $r_{e2}$  je zaznačen rov. (5). Z důvodu kulového kontaktního tělesa si poloměry křivosti  $r_1$  a  $r_2$  odpovídají a jsou totožné.

$$\frac{1}{r_{e2}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \rightarrow r_{e2} = \frac{r_{1,2}}{2} \quad (5)$$

Kde:  $r_1$ ...Poloměr křivosti kuličky v ose X,  $r_2$ ...Poloměr křivosti kuličky v ose Y

Pro výpočet zátěžné síly  $F_{Z2}$  je nutné upravit a dosadit rovnice pro výpočet maximálního Hertzova tlaku  $p_{\max2}$  [dle rov. (6)] a šířku kontaktu  $a$  viz rov. (7).

$$p_{\max2} = \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{F_{Z2}}{a^2} \rightarrow F_{Z2} = \frac{\left(\frac{3 \cdot r_{e2}}{E_r}\right)^2}{\left(\frac{3}{2 \cdot \pi \cdot p_{\max2}}\right)^3} \quad (6)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot F_{Z2} \cdot r_{e2}}{E_r}} \quad (7)$$

Výpočet redukovaného poloměru křivosti  $r_{e2}$ :

$$r_{e2} = \frac{12,7 \text{ mm}}{2} = 6,35 \text{ mm}$$

Dosazením do rov. (6) získáme zátěžnou sílu potřebnou pro vyvození kontaktního Hertzova tlaku  $p_{\max2}$ , pro kontaktní dvojici ocel-safir. Následně dosazením vypočtené síly  $F_{Z2}$  do rov. (7)

$$F_{Z2} = \frac{\left(\frac{3 \cdot 6,35 \text{ mm}}{302\,000 \text{ MPa}}\right)^2}{\left(\frac{3}{2 \cdot \pi \cdot 600 \text{ MPa}}\right)^3} = 8 \text{ N}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 8 \text{ N} \cdot 6,35 \text{ mm}}{302\,000 \text{ MPa}}} = 0,08 \text{ mm}$$

Dosazením mat. konstant pro kontaktní dvojici ocel-ocel do rov. (4), (6) a (7) získáme výsledky zaznačené v Tab. 5.

Tab. 5 Vypočtené parametry bodového kontaktu

| Mat. kombinace | Redukovaný modul pružnosti $E_r$ (GPa) | Zatížení $F_{Z2}$ (N) | Poloměr kontaktu $a$ (mm) |
|----------------|--|-----------------------|---------------------------|
| ocel-safir     | 302                                    | 8                     | 0,08                      |
| ocel-ocel      | 230,8                                  | 13,5                  | 0,1                       |